

**ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ИНСТИТУТ СЕРТИФИКАЦИИ (ВНИИС)  
ГОССТАНДАРТА РОССИИ**

**РЕКОМЕНДАЦИИ**

**ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ  
МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

**Москва 1997**

**ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ИНСТИТУТ СЕРТИФИКАЦИИ (ВНИИС)  
ГОССТАНДАРТА РОССИИ**

**РЕКОМЕНДАЦИИ**

**ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ  
МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

**P 50-601-19-91**

**Москва 1997**

© Всероссийский научно-исследовательский институт  
сертификации (ВНИИС) Госстандарта России

## РЕКОМЕНДАЦИИ

## РЕКОМЕНДАЦИИ

Р

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

50-601-19-91

ОКСТУ 0016

Настоящие рекомендации определяют правила и порядок статистического регулирования технологических процессов.

Рекомендации призваны оказать методическую помощь предприятиям внедряющим стандарты ИСО серии 9000 в части организации работ по обеспечению стабильного качества изготовления продукции.

Рекомендации могут быть использованы при сертификации систем управления качеством на соответствие международным стандартам серии ИСО 9000 для оценки стабильности технологических процессов и качества изготовления продукции.

## I. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

I.1. Статистические методы регулирования позволяют своевременно выявлять разладку технологического процесса и тем самым предупреждать выпуск дефектной продукции, реализовывая тем самым важнейшее требование стандартов ИСО серии 9000 "предупреждать любое несоответствие продукции".

Выявление разладки технологического процесса основано на результатах периодического контроля малых выборок, осуществляемого по количественному или по альтернативному признакам. Для каждого из этих способов контроля используются свои статистические методы регулирования.

I.2. Контроль по количественному признаку заключается в определении с требуемой точностью фактических значений контролируемого параметра у единиц продукции из выборки. Фактические значения контролируемого параметра необходимы для последующего вычисления статистических характеристик, по которым принимается решение о состоянии технологического процесса (процесс наложен или процесс разложен). Такими статистическими характеристиками являются выборочное среднее или медиана и выборочное среднее квадратическое отклонение или размах. Первые две характеристики являются характеристиками положения, а последние две – характеристиками рассеивания случайной величины  $X$  ( $X$  есть контролируемый параметр).

I.3. Контроль по альтернативному признаку заключается в определении соответствия контролируемого параметра или единицы продукции установленным требованиям. При этом каждое отдельное несоответствие установленным требованиям считается дефектом, а единица продукции, имеющая хотя бы один дефект, считается дефектной.

При контроле по альтернативному признаку не требуется знать фактическое значение контролируемого параметра – достаточно установить лишь факт соответствия или несоответствия его установленным требованиям. Поэтому здесь можно использовать и такие простейшие средства контроля как предельные калибры, шаблоны, а также визуальный контроль основанный на сравнении с контрольным образцом.

Решение о состоянии технологического процесса принимается в зависимости от числа дефектов или числа дефектных единиц продукции обнаруженных в выборке.

I.4. Каждый из указанных в п.п. I.2 и I.3 способов контроля имеет свои преимущества и свои недостатки.

Преимущество контроля по количественному признаку состоит в том, что он более информативен (по сравнению с контролем по альтернативному признаку) и поэтому требует меньшего объема выборки. Однако такой контроль более дорогой, поскольку для него необходимы такие технические средства контроля, которые позволяют получать фактические значения контролируемого параметра.

Кроме того для статистического регулирования при контроле по количественному признаку необходимы вычисления, связанные с определением статистических характеристик.

Преимущества контроля по альтернативному признаку заключаются в его простоте и относительной дешевизне (по сравнению с контролем по количественному признаку), поскольку можно использовать простейшие средства контроля или визуальный контроль, кроме того при статистическом регулировании не требуются вычисления, т.к. достаточно лишь подсчитать число дефектных единиц продукции или число дефектов. К недостаткам такого контроля относится его меньшая информативность (по сравнению с контролем по количественному признаку), что требует значительно большего объема выборки при разных исходных данных.

С учетом этих факторов выбирают тот или иной способ контроля для статистического регулирования.

I.5. Статистическое регулирование осуществляют с помощью контрольных карт, которые являются наглядным графическим средством представления результатов контроля. Контрольные карты строят в произвольном масштабе. На контрольных картах отмечают (точкой или крестиком) статистические характеристики, полученные по результатам выборочного контроля. Полученный при этом график дает наглядную картину динамики регулируемого технологического процесса.

Контрольные карты могут размещаться на бумажных носителях информации, а также на экране дисплея ЭВМ. Использование ЭВМ позволяет существенно облегчить внедрение статистических методов регулирования технологических процессов, т.к. освобождает от трудоемких операций, связанных с необходимыми при этом вычислениями.

I.6. По результатам выборочного контроля при статистическом регулировании получают статистические характеристики, которые могут изменяться от выборки к выборке. Эти изменения в допустимых пределах, ограниченных заранее вычисленными границами регулирования (отмеченными на контрольной карте), свидетельствует о наложенном состоянии технологического процесса. Нарушение границ регулирования служит сигналом разладки технологического процесса, что требует его корректировки.

I.7. В зависимости от того, по каким статистическим характеристикам осуществляют статистическое регулирование, различают следующие виды контрольных карт:

- 1) карта средних арифметических значений ( $\bar{x}$  - карта),
- 2) карта медиан ( $\tilde{x}$  - карта),
- 3) карта средних квадратических отклонений ( $S$  - карта),
- 4) карта размахов ( $R$  - карта),
- 5) карта доли дефектных единиц продукции ( $p$  - карта),
- 6) карта числа дефектных единиц продукции ( $\lambda p$  - карта),
- 7) карта числа дефектов ( $c$  - карта),
- 8) карта числа дефектов на единицу продукции ( $\lambda c$  - карта).

Первые четыре вида контрольных карт применяют при контроле по количественному признаку.

Последние четыре вида контрольных карт применяют при контроле по альтернативному признаку.

I.8. Для понимания математической сути статистических методов регулирования технологических процессов в приложении изложены теоре-

тические основы этих методов.

2. Статистические методы регулирования технологических процессов используемые при контроле по количественному признаку.

2.1. При контроле по количественному признаку о разладке технологического процесса судят <sup>как</sup> по среднему значению контролируемого параметра, так и по рассеиванию значений контролируемого параметра относительно этого среднего значения. Смещение среднего значения (в любую сторону) относительно середины поля допуска и увеличение рассеивания приводит к увеличению доли дефектной продукции.

2.2. В качестве средних значений при статистическом регулировании используют либо среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ , либо медиану  $\tilde{x}$ : соответственно строят либо  $\bar{x}$ -карту, либо  $\tilde{x}$ -карту. При выборе из этих двух видов контрольных карт следует учитывать следующие соображения – определение медианы проще, чем среднего арифметического значения, однако последнее является более точной оценкой математического ожидания  $\mu$ .

2.3. В качестве характеристик рассеивания при статистическом регулировании используют либо выборочное среднее квадратическое отклонение  $S$ , либо размах  $R$ : соответственно строят либо  $S$ -карту, либо  $R$ -карту. При выборе из этих двух видов контрольных карт следует учитывать следующие соображения – вычисление размаха гораздо проще, чем среднего квадратического отклонения, однако  $S$  более точная оценка  $S$ , чем  $R$ .

2.4. При статистическом регулировании технологического процесса, при контроле по количественному признаку обычно используют двойные контрольные карты, на одной из которых отмечают среднее значение (либо  $\bar{x}$ , либо  $\tilde{x}$ ), а на другой – характеристику рассеивания (либо  $S$ , либо  $R$ ).

2.5. Для построения любой контрольной карты необходимо предварительно определить границы регулирования: для  $\bar{x}$ -карты и  $\tilde{x}$ -карты – две границы регулирования – верхнюю  $ГР_В$  и нижнюю  $ГР_Н$ , для  $s$ -карты или  $R$ -карты вычисляют по одной границе регулирования – верхнюю  $ГР_В$  (т.к. достаточно следить лишь за увеличением рассеивания).

2.6. Для определения границ регулирования необходимо знать параметры нормального распределения  $\mu$  и  $\sigma$ . Как правило, эти параметры неизвестны, поэтому необходимо провести предварительное исследование состояния технологического процесса, в результате которого получают оценки параметров  $\mu$  и  $\sigma$ .

2.7. В результате предварительного исследования состояния технологического процесса решают следующие задачи:

- 1) получают оценки параметров нормального распределения  $\mu$  и  $\sigma$ ,
- 2) определяют вероятную долю дефектной продукции,  $p$ ,
- 3) определяют коэффициент точности  $K_T$ .

2.7.1. Для предварительного исследования технологического процесса на контроль отбирают, как минимум,  $N = 100$  единиц продукции (после наладки оборудования). При этом целесообразнее отбирать единицы продукции не подряд, а например, каждую пятую, десятую и т.п., т.е. так, чтобы охватить возможно больший интервал работы оборудования, что позволит более правильно оценить состояние технологического процесса.

У отобранных единиц продукции контролируют заданный параметр  $X$ . Если таких параметров несколько, то отбирают наиболее важные из них и затем всю процедуру исследования проводят отдельно по каждому из этих параметров. Следует учитывать, что часто бывает достаточно следить лишь за одним из важнейших параметров.

Результаты контроля заносят в форму I. Отмечают их сериями по  $n/2$  единиц, где  $n/2$  – объем выборки, установленный для статистического регулирования исследуемого технологического процесса. Объем выборки устанавливают не менее трех и не более десяти единиц продукции.

Результаты контроля, представляющие собой фактические значения контролируемого параметра  $X$ , являются необходимой исходной информацией.

Объем этой исходной информации определяется значением  $N = n \cdot k$ , где  $k$  - количество выборок.

По результатам контроля каждой выборки вычисляют статистические характеристики:  $\bar{x}$ ,  $\tilde{x}$ ,  $S$ ,  $R$  и отмечают их соответственно в 3-й, 4-й, 5-й и 6-й колонках формы I.

На основе этой информации вычисляют оценки параметров  $\mu$  и  $\sigma$ .

**2.7.2.** Оценку параметра  $\mu$  получают как среднее арифметическое  $k$  значений  $\bar{x}_i$  (3-я колонка)

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i , \quad (I) , \text{ где } \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (\iota = 1, 2, \dots, k) \quad (2)$$

**2.7.3.** Оценку параметра  $\sigma$  можно получить тремя методами, различающимися сложностью вычислений и точностью самой оценки.

Первый метод дает наиболее точную оценку  $\sigma$ , но наиболее трудоемкий для вычисления. Практически этот метод может быть использован только при наличии вычислительной техники.

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{\iota=1}^N (x_{\iota} - \bar{\bar{x}})^2} , \quad (\iota = 1, 2, \dots, N) \quad (3)$$

где  $N$  - объем контроля;

$x_{\iota}$  - результаты контроля полученные на стадии предварительного исследования;

$\bar{\bar{x}}$  - среднее арифметическое результатов контроля  $X$ .

Второй метод дает менее точную оценку  $\sigma$ , но более прост для вычислений. Может быть использован при наличии простейшей вычислительной техники (микрокалькуляторов).

Оценку  $\sigma$  получают как среднее арифметическое  $k$  значений  $S_i$  (5-я колонка) умноженное на поправочный коэффициент  $C_2$  (табл. I)

$$\sigma = \bar{S} \cdot C_2 , \text{ где } \bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{\iota=1}^k S_i \quad (4)$$

Таблица I

Коэф.	Объем выборки, $n$							
	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_2$	0,89	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,97	0,97



Третий метод дает наименее точную оценку  $G$ , но наиболее прост для вычислений. Практически может быть использован без вычислительной техники.

Оценку  $G$  получают как среднее арифметическое  $k$  значений  $R_i$ , деленное на поправочный коэффициент  $d_2$ , (табл. 2)

$$G = \bar{R}/d_2, \text{ где } \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i \quad (5)$$

Таблица 2

Коэф.	Объем выборки, $n$							
	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_2$	1,69	2,06	2,33	2,83	2,70	2,85	2,97	3,08

2.7.4. Вероятную долю дефектной продукции  $p$  вычисляют по формуле:

$$p = 1 - \Phi\left(\frac{T_B - \mu}{G}\right) + \Phi\left(\frac{T_H - \mu}{G}\right), \quad (6)$$

где  $T_B$ ,  $T_H$  – верхняя и нижняя границы поля допуска,

$\mu$  – среднее значение контролируемого параметра  $X$ ,

$G$  – среднее квадратическое отклонение контролируемого параметра,

$\Phi(x)$  – функция нормального распределения (приложение).

Из этой формулы следует, что доля дефектной продукции будет тем большей, чем больше будет  $G$  и чем больше будет отклонение  $\mu$  от  $M_0$ , где  $M_0$  – среднее значение контролируемого параметра при наложенном состоянии технологического процесса.

2.7.5. Точность технологического процесса определяется как свойство технологического процесса, обуславливающее близость действительных и номинальных значений параметров производимой продукции.

Точность технологического процесса оценивается коэффициентом точности  $K_T$ , который определяется как отношение поля рассеивания  $G$  (которое еще называют статистическим допуском) к техническому полю допуска на размер  $\Delta$ , т.е.  $K_T = \frac{\omega}{\Delta}, \quad (7)$

где  $\omega = 6G$  (для нормального закона распределения),

$\Delta = (T_B - T_H)$  (т.е. разница между верхней и нижней границами поля допуска)

В зависимости от значений коэффициента точности технологический процесс оценивается как

- 1) точный, при  $K_T \leq 0,75$ ;
- 2) удовлетворительный, при  $K_T = 0,76 \dots 0,98$  ;
- 3) неудовлетворительный, при  $K_T > 0,98$ .

Чем меньше значение  $K_T$ , тем больше запас точности и тем соответственно больше гарантия, что технологический процесс обеспечит бездефектное изготовление продукции в течение определенного промежутка времени, который будет тем больше, чем стабильнее технологический процесс.

2.8. После предварительного исследования состояния технологического процесса выбирают контрольные карты, с помощью которых предполагается осуществить статистическое регулирование. Границы регулирования для контрольных карт вычисляют по формулам приведенным в таблице 3.

Таблица 3

Наименование контрольной карты	Границы регулирования	Условия применения
Карта средних арифметических значений ( $\bar{x}$ -карта)	$GP_{BH} = \mu_0 \pm A_1 \cdot G$	Если $G$ известна
	$GP_{BH} = \mu_0 \pm A_1 \cdot S$	
	$GP_{BH} = \mu_0 \pm A_2 \cdot S \cdot C_2$	
	$GP_{BH} = \mu_0 \pm A_3 \cdot \bar{R}/d_2$	
Карта медиан ( $x$ -карта)	$GP_{BH} = \mu_0 \pm A_4 \cdot G$	Если $G$ известна
	$GP_{BH} = \mu_0 \pm A_4 \cdot \bar{R}$	Если $G$ неизвестна ( $\bar{R}$ - медиана К размахов $R$ ; (см.табл. формы I))
Карта средних квадратических значений ( $S$ -карта)	$GP_B = B \cdot \bar{S}$	—
Карта размахов ( $R$ -карта)	$GP_B = A \cdot \bar{R}$	—
Коэффициенты	$A_1, A_2, A_3, A_4, B, A$	приведены в табл.4

Коэф- фици- енты	Объем выборки, $n$							
	3	4	5	6	7	8	9	10
$A_1$	1,73	1,50	1,34	1,23	1,13	1,06	1,00	0,95
$A_2$	1,49	1,29	1,15	1,05	0,97	0,91	0,86	0,81
$A_3$	1,96	1,63	1,43	1,29	1,18	1,10	1,03	0,98
$A_4$	1,68	1,40	1,23	1,11	1,02	0,94	0,89	0,84
$B$	2,57	2,27	2,09	1,96	1,89	1,82	1,77	1,71
$D$	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78

2.9. На  $\bar{x}$ -карте отмечают средние арифметические значения, полученные по результатам выборочного контроля, т.е.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

где  $x_i$  – результаты выборочного контроля;

$n$  – объем выборки.

2.10. На  $\tilde{x}$ -карте отмечают медианы, которые определяются как срединные значения упорядоченного ряда измерений контролируемого параметра.

При нечетном объеме выборки медианой является среднее значение из упорядоченного ряда значений контролируемого параметра.

При четном объеме выборки медиана определяется как среднее арифметическое значение двух средних значений из упорядоченного ряда значений контролируемого параметра.

2.11. На  $S$ -карте отмечают выборочные средние квадратические отклонения вычисляемые по  $n$  результатам контроля, т.е.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

где  $n$  – объем выборки;

$x_i$  – результаты выборочного контроля;

$\bar{x}$  – среднее арифметическое значение результатов выборочного контроля  $x_i$ .

2.12. На  $R$ -карте отмечают размахи, которые определяются как разница между максимальным и минимальным значениями контролируемого параметра  $X$  в выборке, т.е.

$$R = X_{max} - X_{min}.$$

3. Статистические методы регулирования технологических процессов, используемые при контроле по альтернативному признаку.

3.1. При контроле по альтернативному признаку о разладке технологического процесса судят либо по числу дефектных единиц продукции  $np$ , либо по числу дефектов  $c$ . Увеличение любого из этих значений сверх допустимых норм свидетельствует о разладке технологического процесса.

3.2. При контроле по альтернативному признаку используют следующие виды контрольных карт:

- 1) контрольную карту числа дефектных единиц продукции ( $np$ -карту);
- 2) контрольную карту числа дефектов ( $c$ -карту);
- 3) контрольную карту доли дефектной продукции ( $p$ -карту);
- 4) контрольную карту числа дефектов на единицу продукции ( $U$ -карту).

Первые два вида контрольных карт используют только при постоянном объеме выборки, вторые два вида могут использоваться и при непостоянном объеме выборки.

Статистическое регулирование с помощью этих контрольных карт осуществляют в соответствии с планом контроля. Планом контроля определяются: объем выборки  $n$ , браковочное число  $\alpha'$ , которым определяется положение границ регулирования, и период отбора выборок  $\Sigma$ . План контроля устанавливают с учетом результатов предварительного исследования состояния технологического процесса.

3.3. Состояние технологического процесса тем лучше, чем меньше средний уровень дефектности и чем реже происходит его разладка.

Средний уровень дефектности  $\bar{\rho}$  оценивают по результатам сплошного или выборочного контроля. На контроль рекомендуется брать не менее десяти партий. При сплошном контроле получают наиболее точную оценку среднего уровня дефектности. При выборочном контроле получают менее точную оценку среднего уровня дефектности, но выигрывают в трудоемкости контроля. Объем выборочного контроля должен составлять не менее 0,1 от объема сплошного контроля.

Оценку среднего уровня дефектности вычисляют по формуле:

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^K D_i}{\sum_{i=1}^K n_i} \cdot 100\%,$$

где К - число проконтролированных партий;

$D_i$  - число дефектных единиц продукции или число дефектов обнаруженных в  $i$ -й партии;

$n_i$  - число проконтролированных единиц продукции в  $i$ -й партии.

Для получения более объективной оценки состояния технологического процесса необходимо исключать из числа  $n$  единицы продукции, полученные при явно ненормальных условиях производства (например, при разломленном оборудовании, при некачественном исходном сырье, материалах, заготовках и т.п.).

Результаты контроля, полученные в ходе предварительного исследования, необходимо внести в форму 2. По этим результатам вычисляют уровень дефектности (долю дефектной продукции или число дефектов на единицу продукции) для каждой из проконтролированных партий и отмечают (точками) на контрольной карте, расположенной на этой же форме 2. Соединяя точки отрезками прямых, получаем график, который дает наглядную картину изменения уровня дефектности. Отметив на этой контрольной карте средний уровень дефектности  $\bar{\rho}$ , по колебаниям точек относительно значения  $\bar{\rho}$  можно оценить стабильность исследуемого технологического процесса. Если эти колебания незначительны, то технологический процесс стабильный. В случае резкого увеличения уровня дефектности необходимо выяснить причины порождающие это увеличение.



3.4. После предварительного исследования состояния технологического процесса выбирают план контроля. Для этого необходимо установить допустимый уровень дефектности  $AQL$  и объем контролируемой партии  $N$ .

Значение  $AQL$  устанавливают, исходя из требований, предъявляемых к качеству готовой продукции, и не превышающим значение  $\bar{\rho}$

Выбор необоснованно малого значения  $AQL$  без учета технических возможностей оборудования (т.е. без учета значения  $\bar{\rho}$ ) приведет к слишком частым сигналам о разладке процесса и снижению производительности труда.

Объем контролируемой партии  $N$  определяется количеством единиц продукции изготовленных за время  $T^*$ . ( $T^*$  - периодичность отбора выборок).

При известных значениях  $N$  и  $AQL$  по табл. 6 определяют объем выборки  $n$  и браковое число  $a'$ . Для определения объема выборки необходимо предварительно по табл.5 определить код объема выборки в зависимости от объема партии и уровня контроля. В табл.5 предусмотрено три уровня контроля (I-й, 2-й, 3-й). Исходным является 3-й уровень контроля. Переход на 2-й и I-й уровни контроля позволяет уменьшать объем выборки. Это бывает необходимо, например, при слишком трудоемком контроле.

3.5. Границы регулирования для контрольных карт определяются значением  $a'$  по табл.7

Таблица 5

Объем партии, $N$	Код объема выборки при уровне контроля		
	I	2	3
26 - 50	С	С	Д
51 - 90	С	С	Е
91 - 150	Д	Д	Ф
151 - 280	Е	Е	Г
281 - 500	Е	Ф	Н
501 - 1200	Г	Г	Ж
1201 - 3200	Г	Н	К
3201 - 10000	Г	Ж	Л
10001 - 35000	Н	К	М

Таблица 6

Код объема выборки	Объем выборки	Приемочный уровень дефектности AQL <sup>ж</sup>													
		0,25	0,40	10,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5	10	15	25	40	65	100
БРАКОВОЧНОЕ ЧИСЛО d															
S	5	T	T	T	T	T	I	I	†	2	3	4	6	8	II
D	8						I	I	↑	2	3	4	6	8	II
E	13						I	I	↓	2	3	4	6	8	II
F	20				I		I	I	↓	2	3	4	6	8	II
G	32	↓	I	↑			↓	2	3	4	6	8	II	15	22
H	50	I	↑				2	3	4	6	8	II	15	22	
J	80	↑		↓	2		3	4	6	8	II	15	22		
K	125	↓	2	3	4	6	8	II	I5	22					
L	200	2	3	4	6	8	II	I5	22	↑					
M	315	3	4	6	8	II	I5	22	↑	↑					

<sup>ж</sup>) Приемочный уровень дефектности, превышающий значение 10, используется только для статистического регулирования с помощью контрольной карты числа дефектов (с-карты) и в этом случае AQL измеряется числом дефектов на 100 единиц продукции.

Примечание † - используют первое значение d под стрелкой и соответственно ему выбирают объем выборки: ↑ - используют первое значение d над стрелкой и соответственно ему выбирают значение n.

Таблица 7

Название контрольной карты	Граница регулирования	Условия применения
Контрольная карта числа дефектных единиц продукции ( $n\rho$ -карта)	$\text{ГР} = d$	Объем выборки постоянный
Контрольная карта числа дефектов ( $c$ -карта)	$\text{ГР} = d$	Объем выборки постоянный
Контрольная карта доли дефектной продукции ( $\rho$ -карта)	$\text{ГР} = d/n$	Объем выборки может изменяться
Контрольная карта числа дефектов на единицу продукции ( $U$ -карта)	$\text{ГР} = d/n$	Объем выборки может изменяться

#### 4. Внедрение статистических методов регулирования технологических процессов

4.1. Успешное внедрение статистических методов регулирования зависит от многих факторов. Главным определяющим фактором является заинтересованность всех работников предприятия в выпуске качественной продукции. В свою очередь эта заинтересованность может быть лишь при условии, если доход каждого работника предприятия зависит от объема реализации продукции в значительной степени определяемого конкурентоспособностью продукции на рынке.

Статистические методы регулирования являются весьма эффективным инструментом по обеспечению стабильного качества изготовления продукции лишь в руках подготовленных работников, поэтому необходимо организовать обучение этим методам. Формы обучения могут быть самыми разными – обучение на специализированных курсах, проведение обучения специалистами на договорной основе, самостоятельное обучение. На больших предприятиях целесообразно организовать отдельное подразделение (группу) в составе технологической службы, занимающееся только статистическими методами контроля. Подразделение (группа) статистических методов контроля должно проводить работу по многим направлениям, главными из которых является:

- организация и проведение обучения;
- сбор и подготовка методических материалов;
- сбор и анализ информации по качеству (сбор исходной информации при внедрении, обработка информации по результатам статистического контроля);
- организация и участие в опытном внедрении статистических методов контроля.

Всю эту работу подразделение статистических методов контроля должно проводить с самым широким участием всех служб предприятия и в первую очередь технологической службы и службы технического контроля.

Для успешного внедрения статистических методов необходимо иметь современные средства обработки информации – это вычислительная техника, дисплеи, принтеры и т.п. Особенно важно освободить непосредственных исполнителей (рабочих, наладчиков, операторов, контролеров ОТК) от вычислительных операций.

4.2. Важным вопросом на первом этапе является выбор технологического процесса (операции), переводимого на статистическое регулирование. Идеальным случаем является перевод всего оборудования на статистическое регулирование. Однако практически это либо невозможно, либо неделесообразно.

Статистическое регулирование невозможно на изношенном оборудовании, т.к. постоянно будут идти сигналы о разладке. Внедрение статистического регулирования предпочтительно начинать с наиболее ответственных операций, определяющих функциональные свойства продукции.

4.3. Внедрение статистических методов регулирования рекомендуется проводить в три этапа (последовательность действий и перечень необходимых работ изложены в формах № I – 5в):

- 1-й – предварительное исследование состояния технологического процесса,
- 2-й – построение контрольной карты и выбор плана контроля,
- 3-й – опытное статистическое регулирование технологического процесса.

На первом этапе оценивают состояние технологического процесса и в результате принимают решение либо внедрять статистическое регулирование, либо совершенствовать технологический процесс (отлаживать его, ремонтировать, либо заменять на новый).

Основным показателем, характеризующим состояние технологического процесса является доля дефектной продукции.

При контроле по количественному признаку используют вероятную долю дефектной продукции (п.2.7.4.), а при контроле по альтернативному признаку – среднюю долю дефектной продукции (п.3.3). Чем меньше эта доля, тем лучше технологический процесс.

Работа на первом этапе проводится технологической службой предприятия совместно со службой технического контроля. Разделение работы между этими двумя службами осуществляется с учетом специфики производства.

Так например, служба технического контроля, располагающая средствами контроля, может собирать исходную информацию, а технологическая служба – обрабатывать ее.

На втором этапе выбирают вид контрольной карты, учитывая рекомендации в п.п. 2.2, 2.3 и 3.2, определяют границы регулирования, готовят бланки контрольных карт и инструкции для непосредственных

исполнителей (рабочих, наладчиков, операторов).

В инструкции указывают всю необходимую информацию и последовательность действий для исполнителя.

Работу на втором этапе проводит технологическая служба предприятия.

На третьем этапе осуществляют опытное статистическое регулирование технологического процесса. Цель этого этапа состоит в отработке техники статистического регулирования, в корректировке плана контроля (например, изменение периодичности отбора выборок, изменение объема выборки), в оценке стабильности технологического процесса путем подсчета среднего количества изделий между сигналами о разладках (чем больше это количество, тем стабильнее технологический процесс).

Полученное на этом этапе среднее количество изделий, определяющее стабильность технологического процесса может быть использовано в качестве первоначального норматива, сравнение с которым позволит в дальнейшем оценивать тенденцию в изменении стабильности.

Работа на третьем этапе проводится исполнителем технологического процесса (рабочим, наладчиком, оператором) при активном участии <sup>сторон</sup> технической службы и службы технического контроля предприятия.

4.4. Для облегчения процесса обучения и последующего применения статистических методов регулирования технологических процессов рекомендуется подготовить серию больших плакатов по формам (I - 5в), определяющих алгоритмы внедрения статистических методов регулирования технологических процессов и разместить их на рабочих местах всех, кому приходится с ними работать.

I	СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
<b>ЭТАПЫ ВНЕДРЕНИЯ</b>	

**I-й этап ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА**

контроль по количественному признаку	контроль по альтернативному признаку
<ul style="list-style-type: none"> <li>- получают оценки параметров нормального распределения <math>\mu</math> и <math>\sigma</math> ;</li> <li>- определяют вероятную долю дефектной продукции <math>p</math> ;</li> <li>- определяют коэффициент точности <math>K_p</math> ;</li> <li>- принимают одно из двух решений – либо внедрять статистическое регулирование, либо совершенствовать технологический процесс.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- оценивают среднюю долю дефектной продукции <math>\bar{p}</math> ;</li> <li>- устанавливают приёмочный уровень дефектности <math>AQL</math> ;</li> </ul>

**2-й этап ПОСТРОЕНИЕ КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ И ВЫБОР ПЛНА КОНТРОЛЯ**

<ul style="list-style-type: none"> <li>- выбор контрольной карты ;</li> <li>- определение границ регулирования ;</li> <li>- построение контрольной карты ;</li> <li>- выбор плана контроля .</li> </ul>
---

**3-й этап ОПЫТНОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА**

<ul style="list-style-type: none"> <li>- в зависимости от результатов опытного статистического регулирования технологического процесса возможна корректировка плана контроля, которая заключается в изменении объема выборки или изменении периодичности отбора выборок ;</li> <li>- оценка стабильности технологического процесса .</li> </ul>
---

2а	СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
	КОНТРОЛЬ ПО КОЛИЧЕСТВЕННОМУ ПРИЗНАКУ
	ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

## ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ:

получают не менее 100 значений контролируемого параметра  $X$ 

- Вычисляют оценки параметров нормального распределения  $\mu$  и  $\sigma$  по формулам, приведённым в табл. I

Таблица I

$\mu = \bar{X} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{X}_i$ , где $\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}$ ( $i=1, \dots, k$ )	
I	$\sigma \approx S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X})^2}$ , где $N = n \cdot k$ *
2	$\sigma \approx \bar{S} \cdot c_2$ , где $\bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i$ , где $S_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}$
3	$\sigma \approx \bar{R}/d_2$ , где $\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$ , где $R_i = R_{\max} - R_{\min}$

\*)  $n$  - объём выборки,  $k$  - количество выборок, отобранных на контроль.Коэффициенты  $c_2$  и  $d_2$  определяют по табл.2 в зависимости от объёма выборки.

Таблица 2

Коэффициенты	Объём выборки, $n$							
	3	4	5	6	7	8	9	10
$c_2$	0,89	0,92	0,94	0,95	0,96	0,97	0,97	0,97
$d_2$	1,69	2,06	2,33	2,83	2,70	2,85	2,97	3,08

26

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ**

**КОНТРОЛЬ ПО КОЛИЧЕСТВЕННОМУ ПРИЗНАКУ**

**ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА**

- Определяют вероятную долю дефектной продукции  $p$  :

$$p = 1 - \Phi\left(\frac{T_B - \mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{T_H - \mu}{\sigma}\right),$$

где  $\mu$  и  $\sigma$  – используют оценки этих параметров,  
 $T_B$ ,  $T_H$  – верхняя и нижняя границы поля допуска,  
 $\Phi(x)$  – функция нормального распределения.

- Определяют коэффициент точности  $K_T$ :

$$K_T = \frac{\omega}{\Delta}$$

где  $\omega = 6\sigma$  – статистический допуск,  
 $\Delta = (T_B - T_H)$  – поле допуска.

- Оценивают точность технологического процесса.

При  $K_T \leq 0,75$  технологический процесс **точный**.

При  $K_T = 0,76 + 0,98$  " **удовлетворительный**.

При  $K_T > 0,98$  " **неудовлетворительный**.

- Если значение  $p$  признается приемлемым, то можно внедрять статистическое регулирование.

Если значение  $p$  признается неприемлемым, то необходимо как-то совершенствовать технологический процесс – либо отлаживать оборудование, либо ремонтировать его, либо заменять на более совершенное.

За	<b>СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ</b>
	<b>КОНТРОЛЬ ПО КОЛИЧЕСТВЕННОМУ ПРИЗНАКУ</b>
	<b>ВЫБОР КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ И ПЛАНА КОНТРОЛЯ</b>

- При контроле по количественному признаку можно использовать четыре вида контрольных карт, указанных в табл. I.

Контрольные карты средних арифметических значений и медиан позволяют следить за изменениями среднего значения контролируемого параметра.

Контрольные карты средних квадратических отклонений и размахов позволяют следить за рассеиванием значений контролируемого параметра.

Изменение среднего значения и увеличение рассеивания связано с увеличением уровня дефектности.

Границы регулирования для указанных контрольных карт вычисляют по формулам, приведённым в табл. I.

Таблица I

Наименование контрольной карты	Границы регулирования	Условия применения
Контрольная карта средних арифметических значений ( $\bar{x}$ - карта )	$GR_{BH} = \mu_0 \pm A_1 \cdot \sigma$ $GR_{BH} = \mu_0 \pm A_1 \cdot S$ $GR_{BH} = \mu_0 \pm A_2 \bar{S} c_2$ $GR_{BH} = \mu_0 \pm A_3 \cdot \bar{R} / d_2$	Если $\sigma$ известна  Если $\sigma$ неизвестна
Контрольная карта медиан ( $\tilde{x}$ - карта )	$GR_{BH} = \mu_0 \pm A_4 \cdot \sigma$ $GR_{BH} = \mu_0 \pm A_4 \cdot \tilde{R}$	Если $\sigma$ известна Если $\sigma$ неизвестна ( $\tilde{R}$ - медиана $k$ размахов $R_i$ )
Контрольная карта средних квадратических отклонений ( $S$ - карта )	$GR_B = B \cdot \bar{S}$	—
Контрольная карта размахов ( $R$ - карта )	$GR_B = D \cdot \bar{R}$	—

Коэффициенты  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $B$ ,  $D$  выбирают из табл. 2 в зависимости от объема выборки.

36

**СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ**

**КОНТРОЛЬ ПО КОЛИЧЕСТВЕННОМУ ПРИЗНАКУ**

**ВЫБОР КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ И ШАНА КОНТРОЛЯ**

Таблица 2

Коэф-фици-енты	Объём выборки							
	3	4	5	6	7	8	9	10
A <sub>T</sub>	1,73	1,50	1,34	1,23	1,13	1,06	1,00	0,95
A <sub>2</sub>	1,49	1,29	1,15	1,05	0,97	0,91	0,86	0,81
A	1,96	1,63	1,43	1,29	1,18	1,10	1,03	0,98
A <sub>4</sub>	1,68	1,40	1,23	1,11	1,02	0,94	0,89	0,84
B	2,57	2,27	2,09	1,96	1,89	1,82	1,77	1,71
D	2,57	2,28	2,11	2,00	1,92	1,86	1,82	1,78

► Выбор плана контроля сводится к определению объёма выборки и периода отбора выборок.

Объём выборки устанавливают в пределах от 3-х до 10-ти единиц продукции.

Период отбора выборок устанавливают исходя из практических соображений и с учётом стабильности технологического процесса.

Стабильность технологического процесса определяется средним количеством изделий изготовленных между разладками.

4

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

### КОНТРОЛЬ ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ

#### ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

##### ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ:

отбирают на контроль не менее 10-ти партий, проводят сплошной или выборочный контроль и подсчитывают число дефектных единиц продукции или число дефектов.

Единица продукции считается дефектной, если она имеет хотя бы один дефект, а дефектом считается каждое отдельное несоответствие установленным требованиям ( ГОСТ 15895 - 77 ).

- Вычисляют оценку среднего уровня дефектности по результатам контроля 10-ти партий по формуле:

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k D_i}{\sum_{i=1}^k n_i},$$

где  $D_i$  - число дефектных единиц продукции или число дефектов в  $i$ -й партии;

$n_i$  - число проконтролированных единиц продукции в  $i$ -й партии;

$k$  - количество партий, отобранных на контроль.

Если значение  $\bar{p}$  признаётся приемлемым, то можно внедрять статистическое регулирование.

Если же значение  $\bar{p}$  признаётся неприемлемым, то необходимо совершенствовать технологический процесс (например, отлаживать оборудование, ремонтировать или заменять его).

- Устанавливают приёмочный уровень дефектности (AQL) на уровне, не превышающем приемлемое значение  $\bar{p}$ .

5а	<b>СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ</b>
	<b>КОНТРОЛЬ ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ</b>
	<b>ВЫБОР КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ И ПЛана КОНТРОЛЯ</b>

При контроле по альтернативному признаку используют контрольные карты, приведённые в табл. I.

Таблица I

Наименование контрольной карты	Границы регулирования	Условия применения
Контрольная карта числа дефектных единиц продукции ( $n_p$ - карта )	$GP = d$	Объём выборки должен быть постоянным
Контрольная карта доли дефектных единиц продукции ( $p$ - карта )	$GP = d / n^*$	Объём выборки может изменяться
Контрольная карта числа дефектов. ( $c$ - карта))	$GP = d$	Объём выборки должен быть постоянным
Контрольная карта числа дефектов на единицу продукции ( $u$ - карта )	$GP = d / n$	Объём выборки может изменяться

$d$  – браковочное число,

$n$  – объём выборки.

- Выбор плана контроля сводится к определению объёма выборки  $n$ , браковочного числа  $d$  и периода отбора выборок  $T$ .

56	<b>СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ</b>
	<b>КОНТРОЛЬ ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ</b>
	<b>ВЫБОР ПЛАНА КОНТРОЛЯ И КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ</b>

- Значения  $n_2$  и  $d$  определяют по табл.3 в зависимости от установленного значения приемочного уровня дефектности AQL и кода объема выборки, определяемого по табл.2 в зависимости от объема партии  $N$  и выбранного уровня контроля. (Исходным является 3-й уровень контроля).

Таблица 2

Объем партии, $N$	Код объема выборки при уровне контроля		
	1	2	3
26	- 50	C	C
51	- 90	C	C
91	- 150	D	D
151	- 280	E	E
281	- 500	E	F
501	- 1200	F	G
1201	- 3200	G	H
3201	- 10000	G	J
10001	- 35000	H	K

Переход на более низкий уровень контроля ( 2-й и 1-й) позволяет уменьшать объем выборки.

5в	СТАТИСТИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	КОНТРОЛЬ ПО АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРИЗНАКУ ВЫБОР ПЛАНА КОНТРОЛЯ И КОНТРОЛЬНОЙ КАРТЫ											

Таблица 3

Код объема выборки, $n$	Объем выборки, $n$	Браковочное число $d$ при приемочном уровне дефектности $AQL$														
		0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5	4,0	6,5	10	15	25	40	65	100	
C	5	—	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	
D	8	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	
E	13	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
F	20	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
G	32	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
H	50	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
J	80	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
K	125	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
L	200	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22
M	315	—	—	—	—	—	—	—	2	3	4	6	8	II	15	22

ж) Приемочный уровень дефектности превышающий значение 10, используется только при статистическом регулировании по числу дефектов и в этом случае  $AQL$  измеряется числом дефектов на 100 единиц продукции.

Примечание:  $\swarrow$  - используют первое значение  $d$  под стрелкой и соответственно ему выбирают объем выборки;  $\nearrow$  - используют первое значение  $d$  над стрелкой и соответственно ему выбирают значение  $n$ .

## 5. ПРИМЕРЫ ВНЕДРЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Пример I. Контроль по количественному признаку.

В автоматном цехе решено перевести на статистическое регулирование технологический процесс обработки болта. Из нескольких контролируемых параметров болта для статистического регулирования выбран наружный диаметр резьбы с номинальным размером  $\phi = 26$  мм и допустимыми отклонениями  $\delta_1 = -19\text{мк}$  и  $\delta_2 = +5\text{мк}$ .

I-й этап – предварительное исследование состояния технологического процесса.

На этом этапе определяют вероятную долю дефектной продукции ( $\rho$ ) и коэффициент точности ( $K_T$ ).

Исходная информация – 100 результатов измерений контролируемого параметра ( $\phi 26\text{мм}$ ), которые получают при отборе болтов для контроля сериями по 5 болтов через каждый час (всего 20 серий). Серия состоит из пяти болтов потому, что таким будет объем выборки, используемый для статистического регулирования.

Результаты измерений наружного диаметра резьбы отмечают в 3-й колонке (пять столбцов) таблицы формы I. Для упрощения последующих вычислений из каждого полученного результата вычитают значение 25,980мм, таким образом получают результаты в микронах. Для каждой серии вычисляют среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ , медиану  $\tilde{x}$ , выборочное среднее квадратическое отклонение  $S_i$  и размах  $R$  ( $i=1, \dots, 5$ ), которое отмечают соответственно в 4-й, 5-й, 6-й и 7-й колонках.

Здесь для примера вычислены все 4 характеристики. В реальных условиях достаточно иметь лишь две характеристики: одну-характеристику положения ( $\bar{x}$  или  $\tilde{x}$ ) и вторую-характеристику рассеивания ( $S_i$  или  $R$ ), которые необходимы для получения оценок параметров нормального распределения  $\mu$  и  $\sigma$ .

## Форма I

Предприятие В А З		СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ( контроль по количественному признаку )								
Цех (участок) автоматный		Оборудование токарный автомат № 5803		Контр. операция нарезание резьбы		Контр. параметр $\Phi 26 -5 \text{ мм}$ -19				
Объём контроля $N = 1000$		Объём выборки $n = 5$		Средство контр.			Точность контр. 0,001 мм			
Дата	Номер серии	Результаты контроля, мк		$\bar{x}_i$	$\tilde{x}_i$	$s_i$	$R_i$			
I	2	3		4	5	6	7			
		I0	3	5	I4	I0	8,4	I0	4,39	II
	2	2	I4	8	I3	II	9,6	II	4,83	I2
	3	I2	I2	I3	8	I0	II,0	I2	2,00	5
	4	I2	I4	7	II	9	I0,6	II	2,70	7
	5	I0	II	9	I5	7	I0,4	I0	2,97	8
	6	II	I2	II	I4	I2	I2,0	I2	1,23	3
	7	I5	II	I4	8	3	I0,2	II	4,87	I2
	8	I2	I4	I2	II	II	I2,0	I2	1,23	3
	9	II	7	II	I3	9	I0,2	II	2,28	6
	I0	I4	I0	9	I2	8	I0,6	I0	2,41	6
	II	9	II	I4	I0	I3	II,4	II	2,07	5
	I2	I3	I3	6	4	I3	9,8	I3	4,44	9
	I3	5	8	3	3	4	4,6	4	2,07	5
	I4	8	5	6	9	I3	8,2	8	3,II	8
	I5	8	4	9	5	8	6,8	8	2,I7	5
	I6	4	I2	I0	6	I0	8,4	I0	3,29	8
	I7	I0	6	I3	I0	5	8,8	I0	3,27	8
	I8	7	9	I2	I	7	7,2	7	4,02	II
	I9	4	7	6	7	I2	7,2	7	2,95	8
	20	I0	I0	6	9	3	7,6	9	3,05	7
						$\sum$	I85,0		59,35	I47
Оценка параметра $\mu$ (формула I)						$\mu = 9 \text{ мк}$				
Оценка параметра $G$ (формула 4)						$G = 3 \text{ мк}$				
Вероятная доля дефектной продукции $p$ (формула 5)						$p = 2,74 \%$				
Коэффициент точности $K_T$ (формула 6) $K_T = 1,3$										

Оценку параметра  $\mu$  вычисляют по формуле (I), т.е. как среднее арифметическое двадцати значений  $\bar{x}_i$ , приведенных в 4-й колонке таблицы формы I:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i = \frac{1}{20} (8,4 + 9,6 + 11,0 + 10,6 + 10,4 + \\ &+ 12,0 + 10,2 + 12,0 + 10,2 + 10,6 + 11,4 + 9,8 + 4,6 + \\ &+ 8,2 + 6,8 + 8,4 + 8,8 + 7,2 + 7,2 + 7,6) = \frac{1}{20} \cdot 185 \approx 9 \text{ мк.} \\ &\mu = 9 \text{ мк.}\end{aligned}$$

Для получения оценки параметра  $\sigma$  используем наиболее простой третий метод, основанный на размахе (формула 5), т.е.

$$\sigma = \bar{R} / d_2, \text{ где } \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i, \quad d_2 = 2,33 \text{ (по табл.2 при } n=5)$$

Значение  $\bar{R}$  есть среднее арифметическое  $k$  размахов  $R_i$  приведенных в 7-й колонке таблицы формы I, т.е.

$$\begin{aligned}\bar{R} &= \frac{1}{20} (11 + 12 + 5 + 7 + 8 + 3 + 12 + 3 + 6 + 6 + 5 + 9 + \\ &+ 5 + 8 + 5 + 8 + 8 + 11 + 8 + 7) = \frac{1}{20} \cdot 147 \approx 7 \text{ мк.}\end{aligned}$$

Тогда  $\sigma = 7 : 2,33 = 3 \text{ мк.}$

Таким образом, мы имеем оценки параметров  $\mu$  и  $\sigma$ , что позволяет нам определить вероятную долю дефектной продукции ( $\rho$ ) на данной операции.

По формуле (6) вычисляем  $\rho$ :

$$\rho = 1 - \Phi\left(\frac{T_B - \mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{T_H - \mu}{\sigma}\right),$$

где  $T_B$  и  $T_H$  – верхняя и нижняя границы поля допуска,

$$T_B = 26 - 0,005 = 25,995 \text{ мм.},$$

$$T_H = 26 - 0,019 = 25,981 \text{ мм.}$$

По ранее принятой договоренности вычитаем из каждого значения по 25,980, получаем

$$T_B = 25,995 - 25,980 = 15 \text{ мк.},$$

$$T_H = 25,981 - 25,980 = 1 \text{ мк.}$$

Тогда получаем  $\rho$ :

$$p = I - \Phi\left(\frac{I-9}{3}\right) + \Phi\left(\frac{I-9}{3}\right) = I - \Phi(2) + \Phi(-2,6).$$

Значение функции  $\Phi(x)$  находят в Приложении ...

Учитывая, что  $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ , получаем:

$$p = I - \Phi(2) + I - \Phi(2,6) = I - 0,9773 + I - 0,9953 = 0,0274,$$

или в процентах  $p = 2,74\%$ .

Таким образом, вероятная доля дефектной продукции не превышает трех процентов.

Теперь необходимо оценить данный технологический процесс по точности, для чего определим коэффициент точности по формуле 6.

$$K_t = \frac{\omega}{\Delta} = \frac{6\sigma}{T_b - T_h} = \frac{6 \cdot 0,003}{(25,995 - 25,981)} = \frac{0,018}{0,014} = 1,3$$

Поскольку полученное значение  $K_t = 1,3$  превышает норматив 0,98, то данный технологический процесс по точности признается неудовлетворительным.

Теперь возникает вопрос о возможности перевода данного технологического процесса на статистическое регулирование. Поскольку по коэффициенту точности технологический процесс признается неудовлетворительным, то можно попытаться как-то улучшить его: либо отладить станок, либо отремонтировать его и после этого вновь определить коэффициент точности. Если же переводить данный процесс на статистическое регулирование, никак не улучшая его, то следует иметь в виду, что при этом мы будем иметь среднюю долю дефектной продукции на уровне значения  $p = 2,74\%$ .

Выбираем последний вариант и переходим ко второму этапу внедрения.

2-й этап – построение контрольной карты и выбор плана контроля.

Для статистического регулирования будем использовать контрольную карту средних арифметических значений ( $\bar{x}$ -карту) и контрольную карту размахов ( $R$ -карту).

Границы регулирования для ( $\bar{x}$ -карты) определяем по формуле 4 из табл. 3, т.к. оценку  $\sigma$  мы получаем на основе размаха:

$$\text{ГРВ} = \mu_0 + A_3 (\bar{R}/d_2)$$

$$\text{ГРН} = \mu_0 - A_3 (\bar{R}/d_2),$$

где  $\mu_0$  - середина поля допуска,

$$\mu_0 = \frac{25,995 - 25,981}{2} = 0,007 \text{ мм или } 7 \mu\text{м},$$

$A_3 = 1,43$  (находим в табл.4 при  $n = 5$ ), значение  $(\bar{R}/d_2)$  есть оценка  $S'$ , которую мы получили на I-ом этапе

$$S' = \bar{R}/d_2 = 3 \mu\text{м}$$

Следовательно,

$$\text{ГРВ} = 7 + 1,43 \cdot 3 = 11,3 \mu\text{м}.$$

$$\text{ГРН} = 7 - 1,43 \cdot 3 = 2,7 \mu\text{м}.$$

Границу регулирования для ( $R$ -карты) определяем по формуле 8 табл.3.

$$\text{ГРВ} = D \cdot \bar{R},$$

где  $D = 2,11$  (находим в табл. 4 при  $n = 5$ ).

$\bar{R} = 7 \mu\text{м}$  (это среднее значение, получено на I-ом этапе).

Тогда  $\text{ГРВ} = 2,11 \cdot 7 = 14,8 \mu\text{м}$ .

После определения границ регулирования можно построить контрольные карты. Для этого необходимо выбрать масштаб. В качестве единицы масштаба удобно выбрать 5мм: тогда на вертикальной оси, на которой откладывают среднее значение или размах, это соответствует 1мк., а на горизонтальной, на которой отмечают порядковые номера выборок, это соответствует периоду отбора выборок. При этих условиях  $\bar{x}$  - карта для нашего примера имеет вид, представленный на рис.1. При ведении контрольных карт следует помнить, что на них отмечаются средние значения и размахи, полученные по результатам выборочного контроля с вычитанием значения 25,980 мм., которое принимается за исходное (нулевое) значение на контрольной карте.

На контрольной карте (рис.1) отмечены выборочные средние  $\bar{x}$ , полученные по результатам анализа (4-я колонка в таблице формы 1). На 6-ой выборке точка вышла за верхнюю границу регулирования, что служит сигналом о разладке технологического процесса.

Контрольная карта размахов имеет вид, представленный на рис. 2.

C 36 P 50-60I-I9-9I

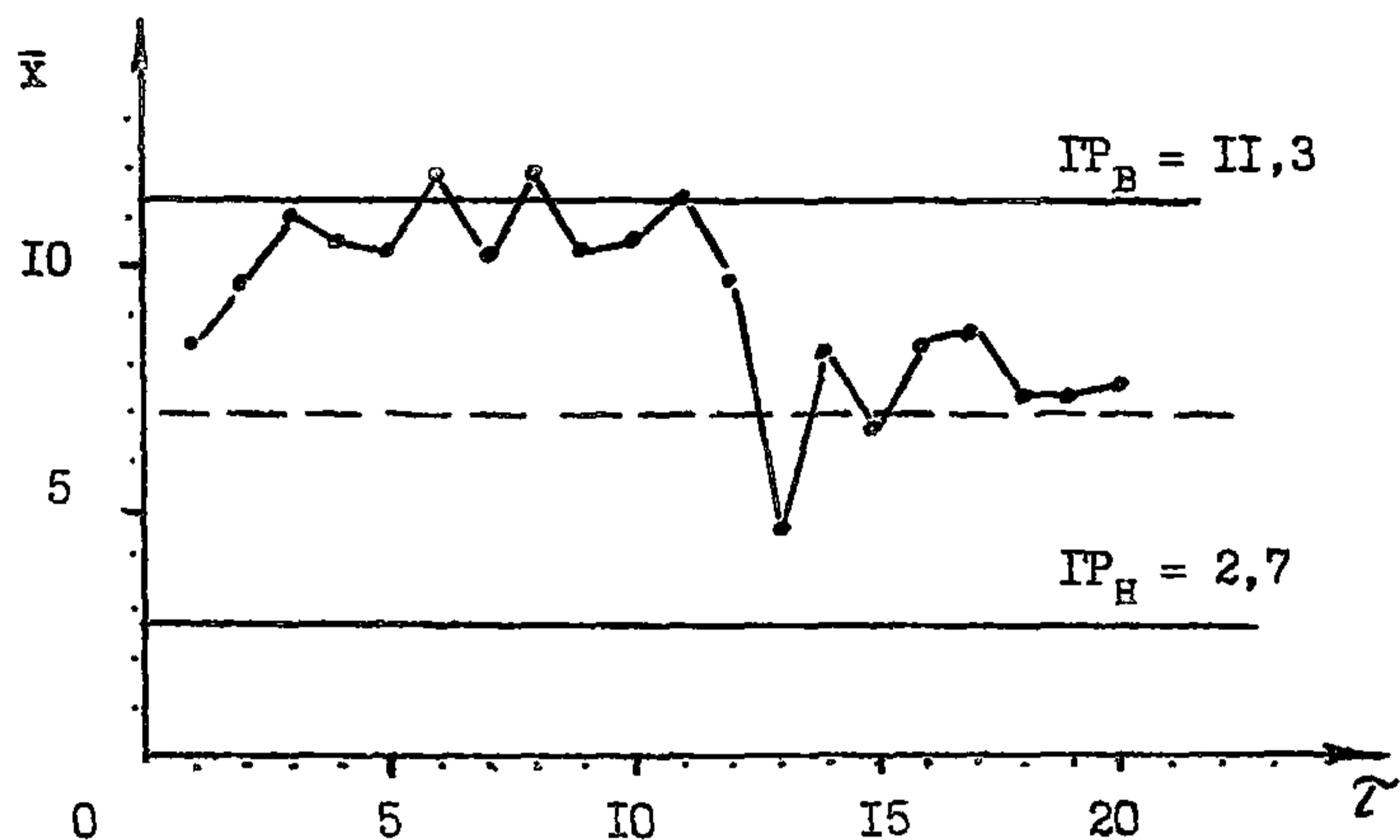


Рис. I

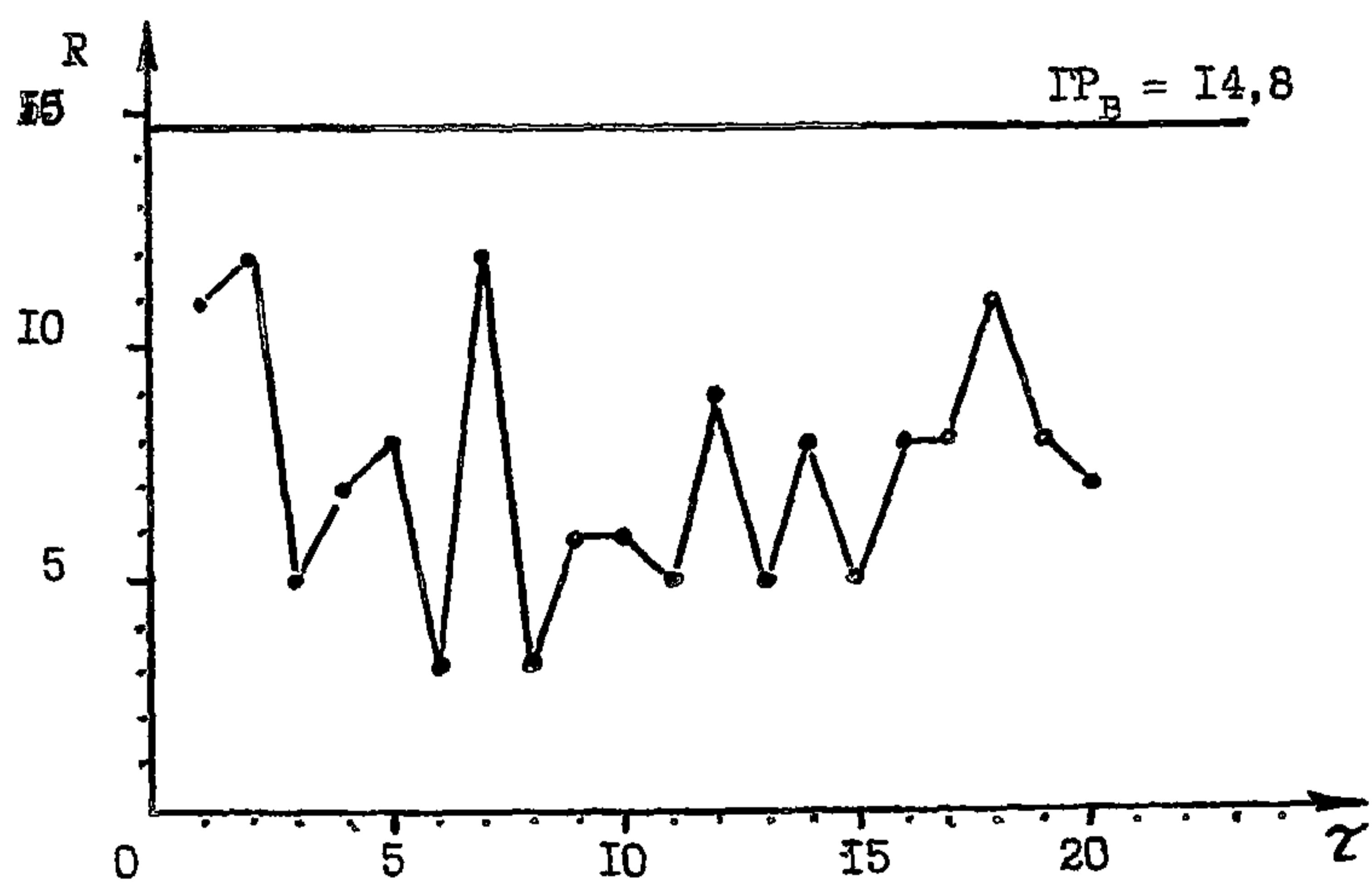


Рис. 2

На контрольной карте размахов (рис. 2) отмечены выборочные размахи, полученные по результатам предварительного анализа данного технологического процесса (7-я колонка в таблице формы I). Как видно из рис. 2 ни одна из 20-ти точек не вышла за границу регулирования.

После построения контрольных карт можно приступить к третьему этапу – опытному статистическому регулированию данного технологического процесса. Для этого налаживают токарный автомат, затем с помощью контрольных замеров наружного диаметра болта убеждаются в том, что идет годная продукция и через установленное время

$\tau = 1$  час отбирают на контроль выборку из пяти болтов и замеряют наружный диаметр с точностью до микрона. Из каждого значения диаметра вычитают 25,980 мм, получают 5 результатов в микронах. По ним вычисляют среднее арифметическое значение  $\bar{x}$ , которое отмечают на  $\bar{x}$ -карте и размах  $\bar{R}$ , который отмечают на R-карте. Если при этом ни одна из точек не выходит за границы регулирования, то процесс продолжается, в противном случае осуществляется его подналадка.

По результатам опытного статистического регулирования (проводимого в течение не менее одного месяца) определяют среднее время разладки, которое характеризует стабильность данного технологического процесса. Оценивают, насколько оптимальным выбрано значение  $\tau$ . Если процесс стабильный, то значение  $\tau$  может быть увеличено, что снижает трудоемкость контроля. Можно также вновь подсчитать вероятную долю дефектной продукции и сравнить ее с первоначальным значением  $p$ , что позволяет оценить насколько улучшился (или, может быть, ухудшился) данный технологический процесс.

### Пример 2. Контроль по альтернативному признаку.

В цехе термообработки принято решение о переводе ряда ответственных операций на статистическое регулирование с тем, чтобы обеспечить стабильное качество продукции.

Рассмотрим пример внедрения статистического регулирования технологического процесса термообработки болта крышки шатуна. Контролируемым параметром является твердость болта после термообработки. В зависимости от результатов контроля болт признается либо

годным, если его твердость соответствует установленным требованиям, либо дефектным, если нет такого соответствия.

В качестве статистической характеристики будем использовать долю дефектной продукции и соответственно для статистического регулирования будем использовать (р-карту).

На первом этапе проведем предварительное исследование состояния данного технологического процесса. Для этого необходимо получить оценку среднего уровня дефектности  $\bar{r}$ . Чем меньше будет значение  $\bar{r}$ , тем лучше технологический процесс.

Для получения оценки  $\bar{r}$  необходимо иметь достаточно большой объем информации. В таблице формы 2 приведены результаты выборочного контроля 25-ти партий болтов после термообработки. Объем партий колеблется в пределах от 5 до 7 тысяч болтов. Для определения объема выборки воспользуемся таблицами 5 и 6 настоящих рекомендаций. В табл. 5 находим код объема выборки - L при заданном объеме выборки на третьем (исходном) уровне контроля.

В табл. 6 находим объем выборки  $N = 200$  для данного кода L. Таким образом, объем исходной информации составляет

$$N = 200 \cdot 25 = 5000 \text{ болтов.}$$

Результаты контроля 25-ти выборок отмечают в таблице формы 2. В каждой выборке подсчитывают количество и долю дефектных болтов  $r$  (как отношение числа дефектных болтов к объему выборки).

Для более наглядного представления результатов контроля долю дефектных болтов отмечают также на контрольной карте, приведенной в этой же форме 2. По этим результатам строят график, который позволяет визуально оценить состояние технологического процесса за исследуемый период времени.

В частности, видно, что за период с 8.01.86 г. по 14.01.86 г. процент брака существенно повышался (эти значения  $r$  отмечены в таблице звездочкой). В результате тщательного анализа было установлено, что существенное повышение доли дефектной продукции связано с отклонениями по химсоставу. Впоследствии путем корректировки режима термообработки удалось снизить и стабилизировать процент брака: это наглядно видно из поведения графика после 14.01.86 г.

По 25 результатам выборочного контроля вычисляем оценку среднего уровня дефектности  $\bar{r}$ :

Форма 2

Предприятие ВАЗ		СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ АНАЛИЗА ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ( контроль по альтернативному признаку )										
Цех (участок) Цех № 4		Оборудование Термопечь № 3		Контр. операция Термообработка болта		Контр. параметр Наружний диам.						
Дата	Объём контро- ля	Кол-во деф-х болтов	Уровень дефект- ности, р. %	Уровень дефектности р, %								
				0	1	2	3	4	5	6	7	8
02.01	200	6	3,0									
03.01	200	5	2,5	-								
04.01	200	9	4,5									
06.01	200	3	1,5									
07.01	200	7	3,5									
08.01	200	15	7,5*									
09.01	200	16	8,0*									
10.01	200	14	7,0*									
11.01	200	13	6,5*									
13.01	200	11	5,5*									
14.01	200	12	6,0*									
15.01	200	10	5,0									
16.01	200	4	2,0									
17.01	200	6	3,0									
18.01	200	5	2,5									
20.01	200	4	2,0									
21.01	200	7	3,5									
22.01	200	4	2,0									
23.01	200	2	1,0									
24.01	200	4	2,0									
25.01	200	4	2,0									
27.01	200	5	2,5									
28.01	200	7	3,5									
29.01	200	6	3,0									
30.01	200	8	4,0									
<b>Σ</b>	5000	186	$\bar{p} = 3,72$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
				5	10	15	20	25				

$$\bar{p} = \frac{\sum D_i}{\sum n_i} \cdot 100 = \frac{186}{5000} \cdot 100 = 3,72 \%$$

После исключения результатов контроля выборок, отмеченных звездочкой, получим значение среднего уровня дефектности  $\bar{p}_H$  при нормальном состоянии технологического процесса. Это значение  $\bar{p}_H$  характеризует технические возможности данного технологического процесса:

$$\bar{p}_H = \frac{104}{3800} \cdot 100 = 2,73 \%$$

Если такой процент брака признается приемлемым, то его значение используют в качестве исходного при выборе приемочного уровня дефектности AQL. В табл. 6 Рекомендаций ближайшим к 2,73 (из меньших) значением AQL является 2,5 %. Тогда для нашего примера устанавливаем  $AQL = 2,5 \%$ .

Период отбора выборок для технологического процесса термообработки определяется цикличностью процесса загрузки печи. Учитывая, что основная причина повышения процента брака была установлена, а также учитывая, что путем корректировки режимов термообработки можно обеспечить заданное качество продукции, нет особой необходимости совершенствовать данный технологический процесс: достаточно лишь иметь информацию по химсоставу стали для каждой партии.

На втором этапе выбираем план контроля.

Поскольку объем партии известен (от 5 до 7 тыс. болтов) и приемочный уровень дефектности установлен ( $AQL = 2,5 \%$ ) на стадии предварительного исследования, то задача сводится к определению объема выборки  $n$  и браковочного числа  $c'$ .

Объем выборки и браковочного числа находим в табл. 6 настоящих рекомендаций, предварительно выбрав код объема выборки по табл. 5. На 3-ем уровне контроля для нашего объема партии (5 + 7 тыс.) находим код  $L$ ; в табл. 6 для кода  $L$  объем выборки  $n = 200$ . Учитывая, что контроль 200 болтов достаточно трудоемок, перейдем на I-й уровень контроля: при этом код объема выборки обозначается буквой  $G$ , для которой в табл. 6 находим объем выборки  $n = 32$ . Таким образом, объем выборки сокращается в 6 раз ( $200 : 32 = 6$ ). При этом объем выборки браковочное число  $c' = 3$ .

Известно, что при уменьшении объема выборки увеличивается риск незамеченной разладки, что естественно связано с увеличением доли дефектной продукции. Однако, если технологический процесс термообработки болтов достаточно стабильный, то можно пойти на уменьшение объема выборки без какого-либо ущерба.

Итак, для статистического регулирования технологического процесса термообработки болтов выбран следующий план контроля:

$$N = 5 + 7 \text{тыс.}; AQL = 2,5\%; n = 32; \alpha' = 3; \tilde{\sigma} = \text{определяется цикличностью загрузки термической печи.}$$

После выбора плана контроля необходимо построить контрольную карту в произвольном масштабе. Поскольку в качестве статистической характеристики используем процент дефектной продукции в выборке, то необходимо использовать р-карту. Для р-карты граница регулирования определяется величиной:

$$\Gamma P = (\alpha'/n) \cdot 100 = (3/32) \cdot 100 = 9,4\%$$

На рис.3 показан пример построения контрольной карты доли дефектной продукции (р-карты).

Масштаб по горизонтальной оси выбирает таким, чтобы на одной карте помещались результаты контроля за месяц (см.рис.3)

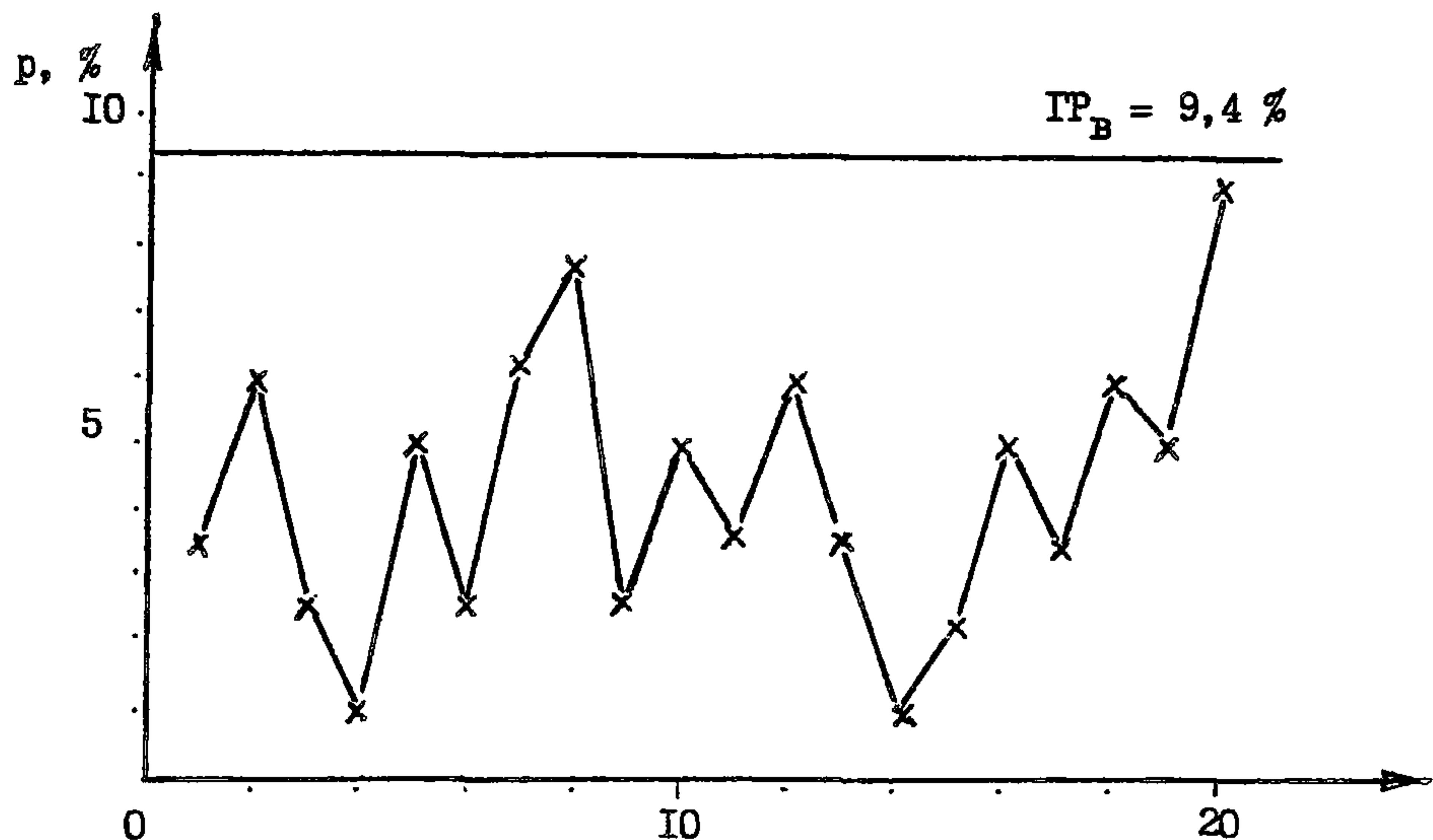


Рис. 3

Статистическое регулирование технологического процесса термообработки болтов осуществляют следующим образом:

после термообработки из партии болтов ( $5 + 7$  тыс.) отбирают на контроль случайным образом ("вслепую" по ГОСТ 18321-73) 32 болта и контролируют их на твердость, разделяя при этом на годные и дефектные;

по результатам контроля болтов из выборки вычисляют процент дефектных болтов в каждой выборке по формуле:

$$P = \frac{D_i}{n} \cdot 100,$$

где  $D_i$  – количество дефектных болтов в  $i$ -й выборке; результаты контроля  $P$  отмечают (крестиком) на контрольной карте.

Технологический процесс считается налаженным до тех пор, пока крестики располагаются ниже границы регулирования.

Технологический процесс считается разложенным как только крестик попадает либо на , либо за границу регулирования. В этом случае необходимо подналачивать технологический процесс.

По результатам опытного статистического регулирования можно вновь получить оценку  $\bar{P}$  и сравнив ее с первоначальным значением  $\bar{P}$ , оценить насколько улучшился (или может быть ухудшился) данный технологический процесс термообработки болта.

## Приложение

### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

#### I. Контроль по количественному признаку.

Любой контролируемый параметр по своей природе является случайной величиной, поскольку он может принять то или иное значение, причем заранее нам неизвестное.

Изучением случайных величин занимается теория вероятностей. Эта математическая наука позволяет нам получать вполне определенные количественные результаты и на их основе принимать достаточно обоснованные и в основном правильные решения. Все случайные величины подчиняются определенным закономерностям, называемым законами распределения.

Законом распределения случайной величины называется соотношение, устанавливавшее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями. Сумма вероятностей всех возможных значений случайной величины равна единице. Эта суммарная вероятность каким-то образом определена между отдельными значениями, что полностью определяется законом распределения. Законы распределения могут быть представлены в аналитической, табличной или графической формах. Законы распределения имеют большое практическое значение в различных областях человеческой деятельности и, в частности, в области промышленного производства для решения задач, связанных с обеспечением качества продукции.

Случайные величины могут быть либо дискретными, либо непрерывными. Естественно, они описываются различными законами распределения.

Дискретными называются такие случайные величины, которые можно заранее перечислить. Например, число дефектных единиц продукции

или число дефектов.

Непрерывными называются случайные величины, возможные значения которых непрерывно заполняют некоторый промежуток. Примером непрерывной случайной величины является любая измеряемая величина, например, размер детали.

В теории вероятностей рассматривается достаточно большое количество разнообразных законов распределения. Для решения задач, связанных с построением контрольных карт, представляют интерес лишь некоторые из них. Важнейшим из них является нормальный закон распределения, который применяется для построения контрольных карт, используемых при контроле по количественному признаку, т.е. когда мы имеем дело с непрерывной случайной величиной. Нормальный закон распределения занимает среди других законов распределения особое положение. Это объясняется тем, что, во-первых, наиболее часто встречается на практике, и, во-вторых, он является предельным законом, к которому приближаются другие законы распределения при весьма часто встречающихся типичных условиях. Что касается второго обстоятельства, то в теории вероятностей доказано, что сумма достаточно большого числа независимых (или слабо зависимых) случайных величин, подчиненных каким угодно законам распределения (при соблюдении некоторых весьма нежестких ограничений), приближенно подчиняется нормальному закону, и это выполняется тем точнее, чем большее количество случайных величин суммируется. Большинство встречающихся на практике случайных величин, таких, например, как ошибки измерений, могут быть представлены как сумма весьма большого числа сравнительно малых слагаемых – элементарных ошибок, каждая из которых вызвана действием отдельной причины, независящей от остальных.

В графической форме нормальный закон распределения изображается колоколообразной кривой (рис.4).

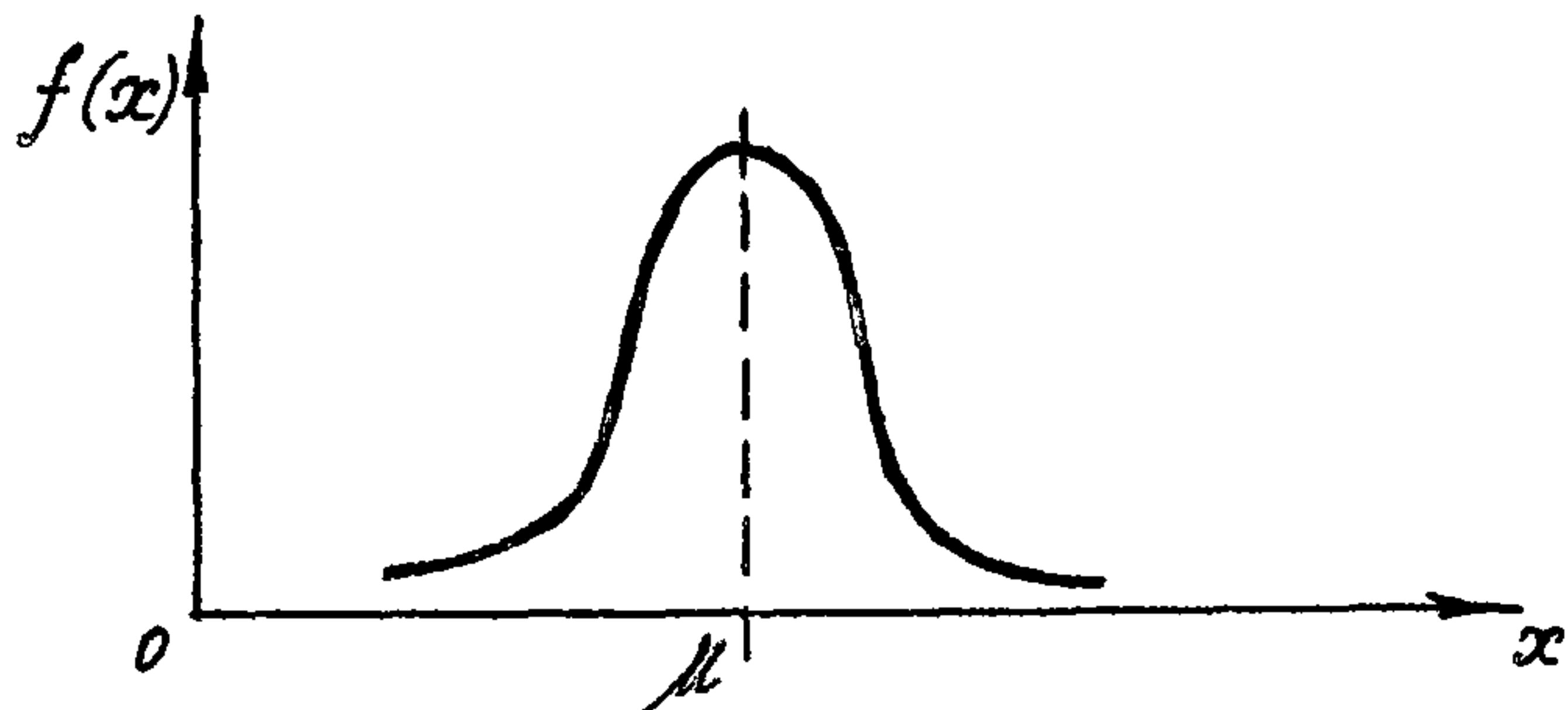


Рис. 4.

Этой кривой определяется плотность вероятности  $f(x)$  значений случайной величины  $X$ .

Форма этой кривой определяется выражением:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

где  $\sigma$  - среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ ;

$\mu$  - математическое ожидание случайной величины  $X$ ,  
 $\pi = 3,14$  (константа)

Максимальная ордината кривой равна  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$  при  $x = \mu$ ; по мере удаления от точки  $\mu$  плотность распределения уменьшается, и при  $x$  стремящимся к бесконечности кривая асимптотически приближается к оси абсцисс (горизонтальной оси).

Кривая нормального распределения характеризуется двумя параметрами:  $\mu$  и  $\sigma$ . Смысл этих параметров состоит в следующем. Значением  $\mu$  определяется центр рассеивания - если изменять центр рассеивания  $\mu$ , кривая распределения будет смещаться вдоль оси абсцисс, не изменяя своей формы (рис.5). Таким образом, значением  $\mu$  определяется положением кривой распределения на оси абсцисс. Размерность  $\mu$  - та же, что и размерность случайной величины  $X$ .

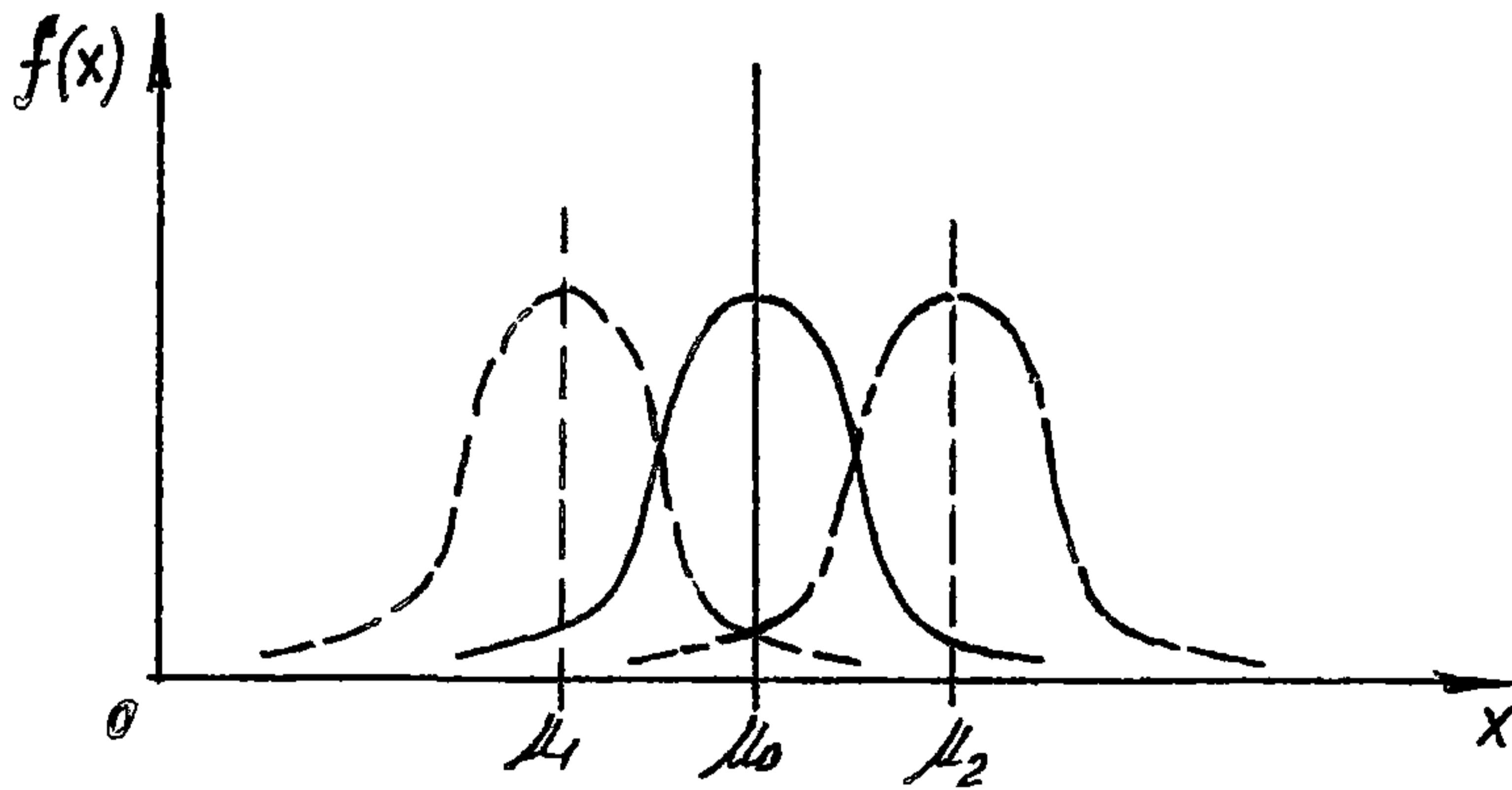


Рис. 5

Значением  $\sigma$  определяется форма кривой распределения. Поскольку площадь под кривой распределения должна всегда оставаться равной единице, то при увеличении  $\sigma$  кривая распределения становится более плоской. На рис.6 показаны три кривые при разных  $\sigma$ :  $\sigma_1 = 0,5$ ;  $\sigma_2 = 1,0$ ;  $\sigma_3 = 2,0$ .

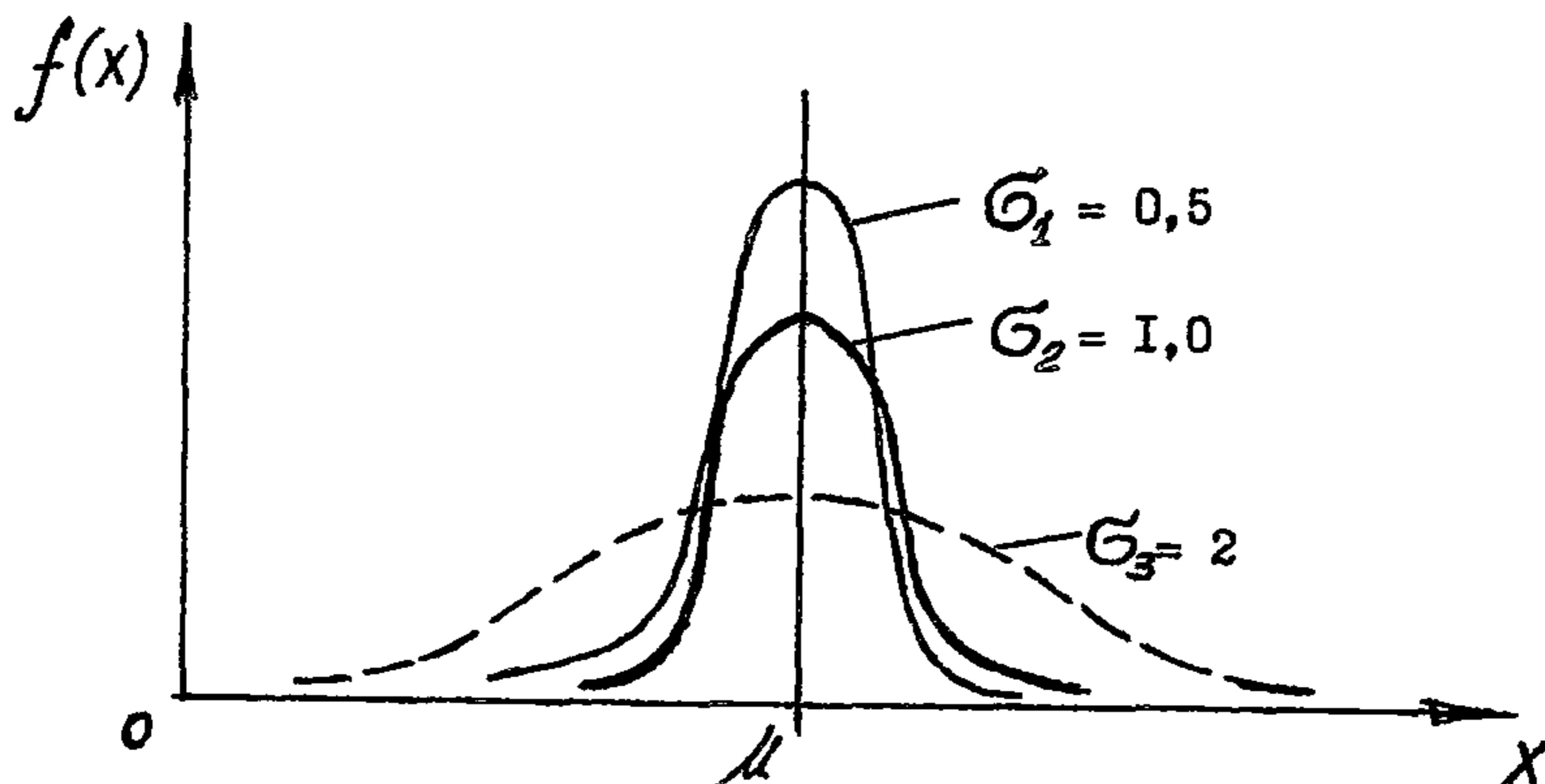


Рис.6

Таким образом, значением  $\sigma$  определяется форма кривой распределения – это есть характеристика рассеивания. Размерность параметра  $\sigma$  совпадает с размерностью случайной величины  $X$ .

Во многих задачах, связанных с нормально распределенными случайными величинами, приходится определять вероятность попадания случайной величины  $X$ , подчиненной нормальному закону с параметрами  $\mu$ ,  $\sigma$ , на участок от  $A$  до  $B$ . Таким участком может быть, например, поле допуска от верхнего значения  $T_B$  до нижнего –  $T_H$ .

Эту задачу решают по формуле

$$P(A \leq x \leq B) = \Phi\left(\frac{B - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{A - \mu}{\sigma}\right), \quad (2)$$

где  $\Phi(x)$  – есть нормальная функция распределения с параметрами  $\mu = 0$  и  $\sigma = 1$ .

Значение  $\Phi(x)$  находят по таблице, приведенной в приложении 2. В этой таблице приведены значения функции только для положительных значений  $x$ .

Для отрицательных значений  $x$  функцию определяют из соотношения:

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x) \quad (3)$$

Это соотношение следует из симметричности нормального распределения относительно начала координат.

По формуле 2 можно определить вероятность попадания контролируемого (по количественному признаку) параметра в поле допуска, ограниченного значениями  $T_B, T_H$ . Заменив в формуле 2 значения  $A$  и  $B$  на  $T_H$  и  $T_B$  соответственно, получим формулу для решения нашей задачи:

$$P(A < x < B) = \Phi\left(\frac{T_B - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{T_H - \mu}{\sigma}\right) \quad (4)$$

По сути этой вероятности определяется вероятная доля годной продукции (по контролируемому параметру). Если из единицы вычесть вероятную долю годной продукции, то получим вероятную долю дефектной продукции, которую обозначим через  $p$ :

$$p = 1 - \Phi\left(\frac{T_B - \mu}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{T_H - \mu}{\sigma}\right) \quad (5)$$

С помощью этой формулы можно оценить точность технологического процесса. Ясно, что чем меньше вероятная доля дефектной продукции, тем он лучше. Такую задачу решают на стадии предварительного анализа состояния технологического процесса. Поскольку параметры  $\mu$  и  $\sigma$  обычно неизвестны, то по опытным данным, (составляющим не менее 100 значений контролируемого параметра) получают их оценки по формулам приведенным в п. 2.7.2. и 2.7.3. настоящих рекомендаций.

Границы регулирования для контрольных карт средних арифметических значений определяют также с помощью закона нормального распределения. В качестве случайной величины используют значение  $\mu$ :

$$-\mu = \frac{\bar{x}_i - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{(\bar{x}_i - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma}, \quad (6)$$

где  $\bar{x}$  - выборочное среднее арифметическое значение случайной величины  $X$ ;

$\mu_0$  - математическое ожидание случайной величины  $X$  при наложенном состоянии технологического процесса (обычно за  $\mu_0$  принимают середину поля допуска);

## Приложение 2

Функция нормированного нормального распределения  $\Phi(x)$ 

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5159	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8380
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8718	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9083	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9430	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9485	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9758	0,9762	0,9767
2,0	0,9773	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9865	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990

$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$ . Это соотношение позволяет находить значение функции и при отрицательном значении  $x$ .

$\sigma_{\bar{x}}$  - среднее квадратическое отклонение выборочного среднего ( $\bar{x}$ ), которое связано со средним квадратическим отклонением случайной величины соотношением  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

Случайная величина  $U$ , как и случайная величина  $X$ , распределена нормально, причем ее математическое ожидание равно нулю, а среднее квадратическое отклонение  $G$  равно единице. Поэтому для решения задачи статистического регулирования можно использовать таблицу функций нормированного нормального распределения. Тогда условием налаженности технологического процесса является выполнение неравенства:

$$U_{kp} < \frac{(\bar{x}_i - \mu_0) \sqrt{n}}{G} < U_{kr}, \quad (7)$$

где  $U_{kp}$ ,  $U_{kr}$  - критические значения, которые для статистического регулирования обычно устанавливают равными +3, -3. Отсюда получаем:

$$\mu_0 - \frac{3}{\sqrt{n}} G < \bar{x}_i < \mu_0 + \frac{3}{\sqrt{n}} \cdot G \quad (8)$$

Таким образом, процесс будет признаваться налаженным до тех пор, пока выборочное среднее арифметическое  $\bar{x}$  не превысит значение в левой или правой частях этого неравенства, которыми определяется положение границ регулирования на контрольной карте средних арифметических значений. Обозначим их  $T_B$  - для верхней границы регулирования и  $T_N$  - для нижней границы регулирования:

$$T_B = \mu_0 + \frac{3}{\sqrt{n}} \cdot G \quad (9)$$

$$T_N = \mu_0 - \frac{3}{\sqrt{n}} \cdot G \quad (10)$$

Выбор формул для границ регулирования остальных контрольных карт (при контроле по качественному признаку) здесь не приводится из-за сложности.

## 2. Контроль по альтернативному признаку.

При контроле по альтернативному признаку мы имеем дело с

дискретными случайными величинами – это число дефектных единиц продукции или число дефектов. При статистическом регулировании возникает задача выбора критерия для оценки состояния технологического процесса. Здесь могут быть разные подходы. Рассмотрим один из них, на основе которого строятся контрольные карты в настоящих Рекомендациях. В начале сформулируем задачу – по периодически отбираемым выборкам объема  $n$  требуется оценить состояние технологического процесса – процесс наложен или он разложен. Оценку эту будем проводить на основе подсчета числа дефектных единиц продукции или числа дефектов в выборке. Спрашивается, какое число считать допустимым.

Видимо это число должно быть таким, при котором хорошие партии будут приниматься с большой вероятностью, что и будет свидетельствовать о наложенном состоянии технологического процесса. Эту вероятность вычисляют по известной в теории вероятностей формуле, которую называют функцией гипергеометрического распределения:

$$P(x) = \sum_{x=0}^{Ac} \frac{\binom{D}{Ac} \binom{N-D}{n-Ac}}{\binom{N}{n}},$$

где выражение в скобках есть биномиальные коэффициенты, например,

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!} = \frac{N(N-1)(N-2)\dots(N-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n},$$

$N$  – объем партии, определяемый как количество изделий изготавливаемых за время  $\tau$ ;

$D$  – допустимое количество дефектных изделий или допустимое число дефектов в партии объема  $N$ , определяемое значением  $AQL$ ;

$n$  – объем выборки;

$Ac$  – допустимое количество дефектных изделий или допустимое число дефектов в выборке объема  $n$ .

По этой формуле рассчитана таблица 6 планов контроля для статистического регулирования технологических процессов при контроле по альтернативному признаку. Таблица составлена при условии, что планы контроля обеспечивают вероятность приемки хороших партий не менее 90%. Хорошими считаются партии с уровнем дефектности не превышающим допустимые значения  $AQL$ .

И Н Ф О Р М А Ц И О Н Н Ы Е    Д А Н Н Ы Е

1. РАЗРАБОТАНЫ Всесоюзным научно-исследовательским институтом сертификации (ВНИИС)

ИСПОЛНИТЕЛИ: Ю.Д.Филиппов (научный руководитель темы)

2. УТВЕРЖДЕНЫ Приказом директора ВНИИС от 3.I2.9I № 160

3. РАЗРАБОТАНЫ ВНЕРВЬЕ

## С О Д Е Р Ж А Н И Е

1. Общие положения . . . . .	3
2. Статистические методы регулирования технологических процессов, используемые при контроле по количественному признаку . . . . .	6
3. Статистические методы регулирования технологических процессов, используемые при контроле по альтернативному признаку . . . . .	13
4. Внедрение статистических методов регулирования технологических процессов . . . . .	19
5. Примеры внедрения статистических методов регулирования технологических процессов . . . . .	31
Приложение. Теоретические основы статистических методов регулирования технологических процессов . . . . .	43

**Зак. 402      Тип. 300      ВНИИС**